

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СВЁРТОЧНОЙ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ В ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ

**Масленников В.В.**

*МИРЭА – Российский технологический университет, 119454, Россия, г. Москва, проспект Вернадского, 78, e-mail: vldmsn@yahoo.com*

---

**В статье рассмотрены основные принципы архитектуры свёрточных искусственных нейронных сетей, применяемых в решении задач на базе технологии компьютерного зрения. Отмечены положительные стороны данной архитектуры. Построена математическая модель обработки данных на каждом слое свёрточной искусственной нейронной сети.**

---

Ключевые слова: научно-технический прогресс, искусственный интеллект, компьютерное зрение, свёрточные нейронные сети, математическая модель.

## MATHEMATICAL MODEL OF CONVOLUTIONAL ARTIFICIAL NEURAL NETWORK IN COMPUTER VISION TECHNOLOGY

**Maslennikov V.V.**

*MIREA – Russian Technological University, 119454, Moscow, 78 Vernadskogo Avenue, Russia e-mail: vldmsn@yahoo.com*

---

**The article discusses the basic principles of the architecture of convolutional artificial neural networks used in solving problems based on computer vision technology. The positive aspects of this architecture are noted. A mathematical model of data processing on each layer of a convolutional artificial neural network has been built.**

---

Key words: scientific and technological progress, artificial intelligence, computer vision, convolutional neural networks, mathematical model.

### **Введение**

За последние годы стремительное развитие научно-технического прогресса в области информационных технологий способствовало многократному росту количества выпускаемого как коммерческого, так и некоммерческого программного обеспечения, выполняющего свои функции за счёт применения различных технологий на основе искусственного интеллекта. Наиболее распространённой из таких технологий, помогающей автоматизировать многие области жизнедеятельности человека, является компьютерное зрение [1]. Под этим термином подразумевается «способность программного обеспечения понимать содержание изображений и видео» [2, с. 49]. Как и любая другая технология искусственного интеллекта, она основывается на нейросетевой архитектуре. Согласно исследованиям [1, 3, 4] для решения задач анализа и обработки цифровых видео и изображений активно используются свёрточные искусственные нейронные сети. Это достигается благодаря наличию у свёрточных сетей определённых отличительных особенностей, некоторые из которых заключаются в следующем:

1) свёрточные слои, которые лежат в основе архитектуры данного типа искусственных нейронных сетей, позволяют строить многослойную иерархическую структуру из извлечённых признаков объектов. При этом из признаков низкого уровня образуются признаки более высокого уровня;

2) эффективность обучения свёрточных сетей достаточно высока за счёт меньшего веса свёрточных слоёв по сравнению с полносвязными слоями;

3) возможность ведения параллельных вычислений способствует реализации алгоритмов работы, а также обучения нейронной сети на GPU (графических процессорах).

В статье рассматривается математическая модель архитектуры свёрточных искусственных нейронных сетей, обуславливающей функционирование их нейросетевого алгоритма в задачах, решаемых при помощи компьютерного зрения.

## Математическая модель свёрточной искусственной нейронной сетей

Свёрточная нейронная сеть представляется в виде совокупности свёрточных, субдискретизирующих и полносвязных слоёв. Архитектура сети представлена на рис. 1 [5].

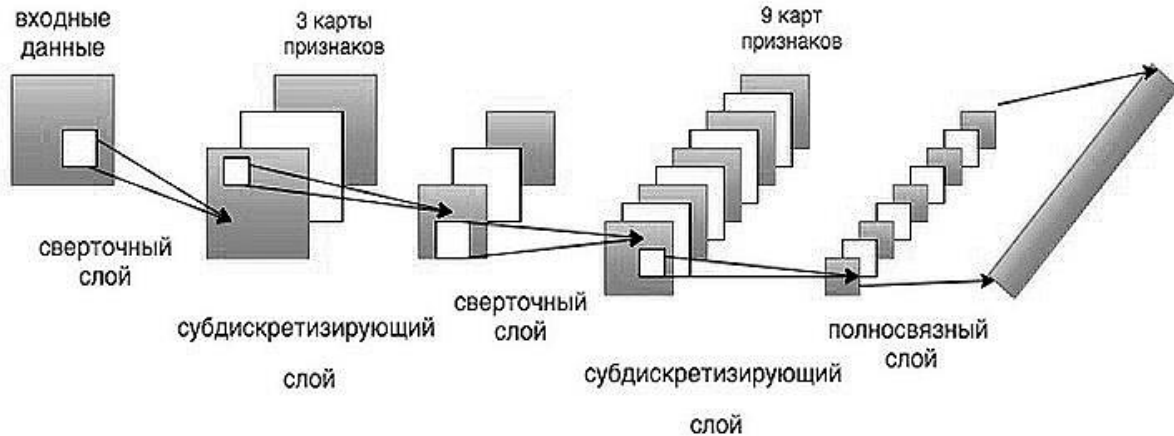


Рис. 1. Архитектура свёрточной нейронной сети

Особый свёрточный слой состоит из некоторого количества ядер свёртки и необходим для построения карт признаков. Получение новой карты признаков основывается на использовании операции свёртки над входными значениями с обученным ядром и дальнейшем применении нелинейной функции активации к получившимся результатам [6]. Свёрточный слой можно представить в виде  $l \in [1; L]$ , где количество слоёв в нейронной сети определяется как:

$$L = 2a + 2, \quad a \in Z^+ \quad (1)$$

В свёрточной архитектуре искусственных нейронных сетей свёрточный слой принимается только нечётным числом, в связи с чем вычисление  $n$ -ой карты признаков слоя  $l$  может осуществляться по следующей формуле:

$$y_n^l = f_l \left( \sum_{m \in V_n^l} y_m^{l-1} \otimes w_{m,n}^l + b_n^l \right), \quad (2)$$

где  $y_n^l$  – карта признаков  $n$  на свёрточном слое  $l$ ;

$f_l()$  – функция активации свёрточного слоя  $l$ ;

$V_n^l$  – полный список уровней слоя  $l - 1$ , который соединяется с картой признаков  $n$  свёрточного слоя  $l$ ;

$y_m^{l-1}$  – входные карты признаков;

$\otimes$  – математическая операция двумерной свёртки;

$w_{m,n}^l$  – свёртка, которая применяется на свёрточном слое  $l$  с картой признаков  $n$  к карте признаков  $m$  на слое  $l - 1$ ;

$b_n^l$  – пороговые значения, присоединяющиеся на свёрточном слое  $l$  к карте признаков  $n$ .

Для того, чтобы вычислить размер выходной карты признаков  $y_n^l$ , необходимо знать размер входных карт признаков  $y_m^{l-1}$  и размер свёртки  $w_{m,n}^l$ , применяемой к ним [7]. Тогда размер вычисляется следующим образом:

$$(H^{l-1} - r^l + 1) \times (W^{l-1} - c^l + 1), \quad (3)$$

где  $H^{l-1} \times W^{l-1}$  – размер входных карт признаков  $y_m^{l-1}$ ;

$r^l \times c^l$  – размер свёртки  $w_{m,n}^l$ .

Следующий субдискретизирующий слой ориентирован на уменьшение размера входного изображения, а также на увеличение числа вариантов применяемых к нему фильтров. Его можно представить в виде  $s \in [1; S]$ , где количество слоёв в нейронной сети определяется как:

$$S = 2a + 2, \quad a \in Z^+ \quad (4)$$

В архитектуре свёрточных нейронных сетей в отличие от свёрточного слоя  $l$  субдискретизирующий слой  $s$  принимает значение только чётного числа. Перед составлением формулы вычисления  $n$ -ой карты признаков слоя  $s$  следует ввести обозначение для фильтра как  $w_{m,n}^s$ , который применяется к карте признаков на субдискретизирующем слое, и обозначение для добавочного порогового значения –  $b_n^s$ .

Карта признаков слоя  $n(s - 1)$  делится на блоки размером  $2 \times 2$  пикселя [7], при этом пересечение самих блоков должно отсутствовать. При выполнении суммирования значений всех четырёх пикселей от каждого блока

получается матрица, чьи элементы – это значения сумм. Формула матрицы и формула, при помощи которой вычисляются все значения матричных элементов записаны в соответствующем порядке:

$$z_n^{s-1} = \{z_n^{s-1}(i, j)\}, \quad (5)$$

$$z_n^{s-1} = y_n^{s-1}((2i - 1, 2j - 1) + (2i - 1, 2j) + (2i, 2j - 1) + (2i, 2j)) \quad (6)$$

Вычисление  $n$ -ой карты признаков субдискретизирующего слоя  $s$  возможно представить как:

$$y_n^s = f_s(z_n^{s-1} \times w_{m,n}^s + b_n^s), \quad (7)$$

где  $f_s()$  – функция активации субдискретизирующего слоя  $s$ .

Объединяя вышесказанное, расчёт размера карты признаков  $y_n^s$  слоя  $s$  осуществляется так:

$$H^s = \frac{H^{s-1}}{2}, \quad (8)$$

$$W^s = \frac{W^{s-1}}{2}, \quad (9)$$

где  $H^s \times W^s$  – размер карты признаков  $y_n^s$  слоя  $s$ .

Цель функционирования полносвязного слоя  $p$  заключается в моделировании сложной нелинейной функции, благодаря оптимизации которой значительно улучшается качество распознавания [8]. Формула нахождения  $n$ -ой карты признаков слоя  $p$  имеет вид:

$$y_n^p = f_p(\sum_m y_m^{p-1} \times w_{m,n}^{p-1} + b_n^{p-1}), \quad (10)$$

где  $y_n^p$  – карта признаков  $n$  на полносвязном слое  $p$ ;

$f_p()$  – функция активации полносвязного слоя  $p$ ;

$y_m^{p-1}$  – входные карты признаков;

$w_{m,n}^p$  – матрица весовых коэффициентов слоя  $p$ ;

$b^p$  – коэффициент сдвига слоя  $p$ .

Выходной слой  $D$  состоит из единичных нейронов, где число нейронов в рассматриваемом слое можно обозначить в качестве  $N^D$ . В связи с чем рассчитать значение выходного  $n$ -ого нейрона позволяет данная формула:

$$y_n^D = f_D\left(\sum_{m=1}^{N^D-1} y_n^{D-1} z_n^{D-1} w_{m,n}^D + b_n^D\right), \quad (11)$$

где  $y_n^D$  – значение выходного  $n$ -ого нейрона;

$f_D()$  – функция активации;

$N^D$  – число нейронов в выходном слое;

$w_{m,n}^D$  – фильтр, который применяется к последнему свёрточному слою карты признаков  $m$  для перехода к  $n$ -ому нейрону выходного слоя;

$b_n^D$  – пороговое значение, которое добавляется к  $n$ -ому нейрону.

Исходя из указанной выше формулы следует, что выходом свёрточной искусственной нейронной сети является вектор вида:

$$y = [y_1^D, y_2^D, y_3^D, \dots, y_{N^D}^D] \quad (12)$$

### Заключение

Рассмотренная математическая модель свёрточного подхода к построению архитектуры искусственных нейронных сетей показывает характерные данной структуре особенности по обработке и анализу информации с изображений и видео. Такой нейросетевой алгоритм предоставляет возможность обнаруживать, отслеживать и классифицировать объекты на входных данных с высокой степенью точности, что благоприятно отражается на реализации и внедрении проектов по решению задач на основе компьютерного зрения во многих отраслях мирового хозяйства.

### Список литературы

1. Алферьев, Д. А. Практика реализации сверточных нейронных сетей в сельском хозяйстве и агропромышленном комплексе / Д. А. Алферьев // АгроЗооТехника. – 2020. – Т. 3. – № 2. – С. 4. – DOI 10.15838/alt.2020.3.2.4.

2. Руднева, А. А. Искусственный интеллект и нейронные сети / А. А. Руднева // Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. – 2020. – № 1(19). – С. 48-50.

3. Гермиханова, Х. Р. Сверточные нейронные сети (некоторые аспекты) / Х. Р. Гермиханова // Наука молодых - будущее России : сборник научных статей 5-й Международной научной конференции перспективных

разработок молодых ученых : в 4 т., Курск, 10–11 декабря 2020 года. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2020. – С. 21-23.

4. Нурғалиев, Б. Х. Нейросетевая модель и программный комплекс распознавания изображений типа CAPTCHA / Б. Х. Нурғалиев, Д. В. Катасева, А. С. Катасев // Вестник Технологического университета. – 2021. – Т. 24. – № 1. – С. 104-107.

5. Карачанская, Е. В. Применение сверточных нейронных сетей для распознавания динамического изображения / Е. В. Карачанская, Ю. С. Бочарева // Евразийское Научное Объединение. – 2019. – № 6-2(52). – С. 85-91.

6. Фаворская, М. Н. Структурные особенности сверточных нейронных сетей для задач распознавания изображений / М. Н. Фаворская // Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2019 : Доклады 21-й Международной конференции, Москва, 27–29 марта 2019 года. – Москва: Московское НТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2019. – С. 542-546.

7. Зорин, А. В. Распознавание лиц на основе нейронных сетей / А. В. Зорин, А. Н. Суханова // Синергия Наук. – 2020. – № 43. – С. 510-520.

8. Свёрточная нейронная сеть, часть 1 // Хабр. [Электронный ресурс]: <https://habr.com/ru/post/348000/> (дата обращения: 09.04.2021).

---

## References

---

1. Alfer'ev, D. A. Praktika realizacii svertochnyh nejronnyh setej v sel'skom hozyajstve i agropromyshlennom komplekse / D. A. Alfer'ev // AgroZooTekhnika. – 2020. – Т. 3. – № 2. – С. 4. – DOI 10.15838/alt.2020.3.2.4.

2. Rudneva, A. A. Iskusstvennyj intellekt i nejronnye seti / A. A. Rudneva // Informacionnye tekhnologii v stroitel'nyh, social'nyh i ekonomicheskikh sistemah. – 2020. – № 1(19). – С. 48-50.

3. Germihanova, H. R. Svertochnye nejronnye seti (nekotorye aspekty) / H. R. Germihanova // Nauka molodyh - budushchee Rossii : sbornik nauchnyh statej 5-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii perspektivnyh razrabotok molodyh uchenyh : v 4 t., Kursk, 10–11 dekabrya 2020 goda. – Kursk: YUgo-Zapadnyj gosudarstvennyj universitet, 2020. – С. 21-23.

4. Nurgaliev, B. H. Nejrosetevaya model' i programmnyj kompleks raspoznavaniya izobrazhenij tipa CAPTCHA / B. H. Nurgaliev, D. V. Kataseva, A. S. Katasev // Vestnik Tekhnologicheskogo universiteta. – 2021. – Т. 24. – № 1. – С. 104-107.

5. Karachanskaya, E. V. Primenenie svertochnyh nejronnyh setej dlya raspoznavaniya dinamicheskogo izobrazheniya / E. V. Karachanskaya, YU. S. Bochkareva // Evrazijskoe Nauchnoe Ob"edinenie. – 2019. – № 6-2(52). – С. 85-91.

6. Favorskaya, M. N. Strukturnye osobennosti svertochnyh nejronnyh setej dlya zadach raspoznavaniya izobrazhenij / M. N. Favorskaya // Cifrovaya obrabotka signalov i eyo primenenie – DSPA-2019 : Doklady 21-j Mezhdunarodnoj konferencii, Moskva, 27–29 marta 2019 goda. – Moskva: Moskovskoe NTO radiotekhniki, elektroniki i svyazi im. A.S. Popova, 2019. – С. 542-546.

7. Zorin, A. V. Raspoznavanie lic na osnove nejronnyh setej / A. V. Zorin, A. N. Suhanova // Sinergiya Nauk. – 2020. – № 43. – С. 510-520.

8. Svyortochnaya nejronnaya set', chast' 1 // Habr. [Elektronnyj resurs]: <https://habr.com/ru/post/348000/> (data obrashcheniya: 09.04.2021).