

ПРИМЕНЕНИЕ СУРРОГАТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕСУЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Московцев А.М., Петров Д.А.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, 117997, Россия, г. Москва, Профсоюзная, 65, e-mail: moskovcev@ipu.ru, daniel.petrov@ipu.ru

Для проектирования крыла воздушного судна требуются алгоритмы для определения геометрических параметров спроектированной несущей поверхности с целью обеспечения необходимых значений интегральных расчетных параметров, значительно влияющих на летно-технические характеристики. В данной работе исследованы методы создания метамоделей для задач аэродинамики на основе аппроксимации данных численных экспериментов. Применение этих методов существенно сокращает время, затрачиваемое на поиск оптимальных геометрических характеристик крыла, минуя длительные экспериментальные исследования по изучению влияния геометрических параметров на силовые характеристики рассматриваемой несущей поверхности. Процесс разработки летательного аппарата состоит из нескольких этапов, наиболее важным из которых является предварительное проектирование, на этапе которого принимается решение о жизнеспособности проекта разработки самолета. Первым этапом разрабатывается вариант геометрии летательного аппарата, опираясь на экспертный опыт, затем проводится расчёт основных аэродинамических параметров конфигурации с учётом различных условий полёта с использованием программных инструментов и инженерных методов. Экспериментальные данные, полученные в результате испытаний модели летательного аппарата в аэродинамической трубе, являются одним из важных источников информации об аэродинамических свойствах. Третий этап заключается в детальном анализе полученных летных характеристик летательного аппарата. В настоящее время авиационная промышленность нуждается в переходе к новому технологическому подходу, основанному на использовании программного обеспечения для автоматизированного оптимального проектирования аэродинамики самолётов с учётом их конструктивных особенностей и ограничений. Параметрическое моделирование в специализированных системах автоматизированного проектирования позволяет ускорить процесс генерации технических предложений. Принятие проектных решений - важный этап, цель которого - выбрать один из возможных вариантов значений параметров геометрической модели. Этот выбор, как правило, является компромиссом, так как каждый вариант имеет свои преимущества и недостатки. В данной работе разработан метод построения суррогатной модели на базе интерполяционного метода кригинга. Предложенная модель позволяет анализировать сложные многопараметрические задачи аэродинамики. На примере задачи двумерного течения вокруг аэродинамического профиля были найдены нелинейные связи основных аэродинамических характеристик с геометрическими параметрами профиля при разных скоростях набегающего потока.

Ключевые слова: суррогатная модель, вычислительная аэродинамика, кривая Безье, панельный метод, кригинг-регрессия.

PRELIMINARY DESIGN OF AIRCRAFT LIFTING SURFACES USING SURROGATE MODELS

Moskovcev A.M., Petrov D.A.

Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 117997, Russia, Moscow, 65 Profsoyuznaya street, e-mail: moskovcev@ipu.ru, daniel.petrov@ipu.ru

For the design of an aircraft wing, algorithms are required to determine the geometric parameters of the designed lifting surface in order to provide the necessary values of integral design parameters that significantly affect flight performance. In this paper, methods for creating metamodels for problems of aerodynamics based on the approximation of data from numerical experiments are investigated. The use of these methods significantly reduces the time spent on searching for optimal geometric characteristics of the wing, bypassing long-term experimental studies on the influence of geometric parameters on the power characteristics of the considered lifting surface. The aircraft development process consists of several stages, the most important of which is the

preliminary design, at which stage a decision is made on the viability of the aircraft development project. The first stage is to develop a variant of the geometry of the aircraft, based on expert experience, then the calculation of the main aerodynamic configuration parameters is carried out taking into account various flight conditions using software tools and engineering methods. Experimental data obtained as a result of testing an aircraft model in a wind tunnel is one of the important sources of information about aerodynamic properties. The third stage consists in a detailed analysis of the obtained flight characteristics of the aircraft. Currently, the aviation industry needs to move to a new technological approach based on the use of software for automated optimal design of aircraft aerodynamics, taking into account their design features and limitations. Parametric modeling in specialized computer-aided design systems allows you to speed up the process of generating technical proposals. Making design decisions is an important stage, the purpose of which is to choose one of the possible options for the values of the geometric model parameters. This choice is usually a compromise, as each option has its advantages and disadvantages. In this paper, a method for constructing a surrogate model based on the kriging interpolation method is developed. The proposed model makes it possible to analyze complex multiparametric problems of aerodynamics. Using the example of the problem of two-dimensional flow around an airfoil, nonlinear relationships of the main aerodynamic characteristics with the geometric parameters of the profile at different speeds of the incoming flow were found.

Keywords: surrogate model, computational aerodynamics, Bézier curve, panel method, kriging regression

Введение

На сегодняшний день разработка летательного аппарата состоит из нескольких этапов, среди которых - концептуальное проектирование, предварительное проектирование, окончательное детальное проектирование [1,9]. Наиболее важным этапом является предварительное проектирование [7,8,9], по завершении которого принимается решение о жизнеспособности проекта разработки самолета. На этом этапе принимаются основные проектные решения, определяющие успешность всего проекта по созданию самолета. В авиационной отрасли аэродинамический дизайн, который является важной частью предварительного проектирования, обычно выполняется вручную. На первом этапе конструктор, опираясь на свой опыт, предлагает вариант геометрии летательного аппарата. На втором этапе проводится расчёт основных аэродинамических параметров конфигурации с учётом разнообразных условий полёта. Обычно используются программные инструменты для численного анализа газодинамических уравнений и различные инженерные методы. Одним из важных источников информации об аэродинамических свойствах являются экспериментальные данные, полученные в результате испытаний модели летательного аппарата в аэродинамической трубе. Третий этап заключается в подробном анализе полученных данных. Цель данного этапа - убедиться, являются ли полученные в ходе разработки летно-технические характеристики удовлетворительными. В случае несоответствия, конструктор предлагает определенные изменения в форме крыла, после чего процесс аэродинамического проектирования начинается заново. Этот процесс, который в значительной степени опирается на опыт разработчика и его профессиональный опыт, требует выполнения множества итераций требующих значительных временных и материальных затрат. Таким образом, в настоящее время авиационная промышленность нуждается в переходе к новому технологическому подходу, основанному на использовании программного обеспечения для автоматизированного оптимального проектирования аэродинамики самолётов с учётом их конструктивных особенностей и ограничений.

Использование параметрического моделирования в специализированных системах автоматизированного проектирования (САПР) позволяет ускорить этап создания технических предложений и существенно ускоряет последующие этапы проектирования. Параметрическое проектирование основано главным образом на геометрической модели, которая является основным источником информации для проведения оптимизационных исследований. Геометрическая модель позволяет определить параметры для аэродинамического, массового и прочностного анализа. Специализированные САПР-системы, используемые в авиационной промышленности, базируются на множестве специализированных математических моделей, в которых формализуется структура и функционирование проектируемого объекта. Соответствие математических и физических моделей в значительной степени определяет возможность формализации процесса анализа геометрических моделей.

Данные, полученные в результате этого анализа, позволяют перейти к следующему этапу проектирования - принятию проектных решений. Принятие проектных решений является важным этапом, цель которого - выбрать один из возможных вариантов значений параметров геометрической модели – рисунок 1. Этот выбор, как правило, является компромиссом, поскольку каждый вариант имеет свои преимущества и недостатки. Процесс принятия решений — это последовательный процесс, на каждом этапе которого область поиска сужается, сокращается как количество альтернатив, так и количество факторов, которые необходимо учитывать [2].

Формирование суррогатной модели.

Один из способов значительно ускорить процесс поиска оптимальной конструкции крыла – построить на основе точной модели аппроксимационную модель, которую в литературе часто называют «суррогатной моделью» или «метамоделью» [15,16]. Суррогатные модели — это математические модели, которые аппроксимируют поведение более сложных систем или процессов. Эти модели могут быть использованы для решения оптимизационных задач, когда исходный процесс требует неприемлемых вычислительных затрат или сложен для анализа напрямую. Первым этапом необходимо сформировать данные об исходном процессе или системе. Это может включать в себя результаты реальных экспериментов, наблюдений или вычислительных экспериментов. Вторым этапом данные подвергаются предварительной обработке, включая очистку от выбросов, нормализацию, анализу шумовых воздействий. Далее выбирается математическая модель, которая будет использоваться в качестве суррогата. Это может быть, например, полиномиальная регрессия, нейронная сеть, гауссовский процесс или другие методы машинного обучения. Выбранная модель обучается на подготовленных данных, что включает в себя настройку параметров модели таким образом, чтобы она как можно точнее соответствовала данным исходной точной модели. После обучения модель тестируется на валидационных данных после чего может быть использована для выполнения поставленных задач. Например, модель может предсказывать результаты новых экспериментов, оптимизировать параметры системы, проводить чувствительный анализ и прочее.

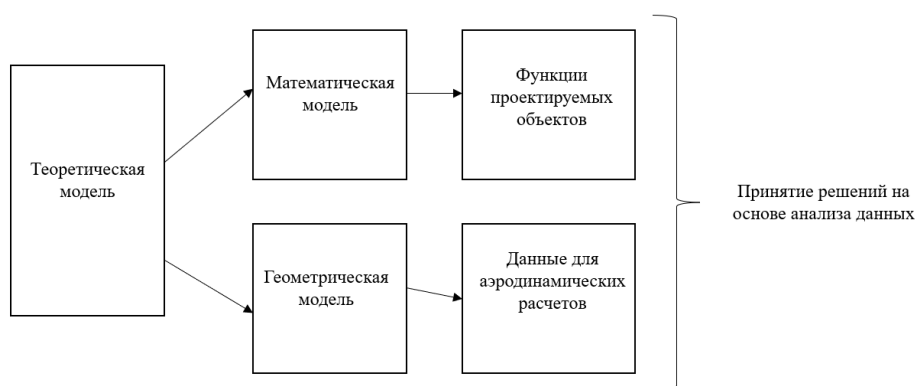


Рисунок 1 – Процесс принятия решений на основе полученных данных

Таким образом, суррогатные модели представляют собой инструмент для аппроксимации и анализа сложных систем и процессов, и их применение может значительно ускорить и упростить решение различных задач.

На рисунке 2 представлена схема работы типичной суррогатной модели.

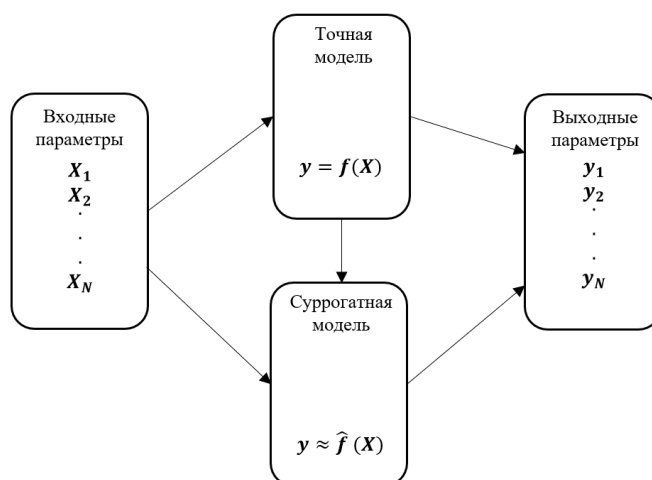


Рисунок 2 – Схема работы суррогатной модели

В данной работе разработана методика построения суррогатной модели, предсказывающей аэродинамические

характеристики профиля крыла - формы поперечного сечения несущей поверхности. Одна из важнейших задач проектирования крыла летательного аппарата – подбор аэродинамического профиля, который при определённом значении подъемной силы будет иметь наименьшее возможное сопротивление. Аэродинамические профили могут иметь различные формы, такие как симметричные или несимметричные, толстые или тонкие, которые могут быть оптимизированы для конкретных условий полета и типов воздушных судов. На рисунке 3 приведена схема основных геометрических характеристик аэродинамического профиля. Основные параметры профиля: Относительная вогнутость профиля (Max_c), координата «x» максимальной вогнутости профиля (Max_{c_p}), относительная толщина профиля (Th).

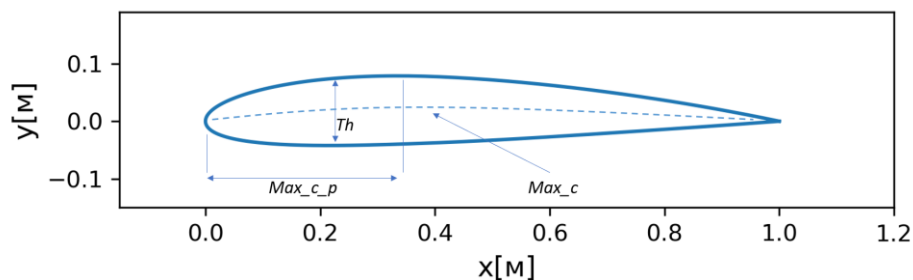


Рисунок 3 – Схема аэродинамического профиля крыла

Существуют различные методы построения геометрии аэродинамического профиля [10]. Некоторые базируются на уравнении кривой, заданной в явном виде, определяющей верхние и нижние геометрии профиля, некоторые формируются с помощью параметрически заданных кривых [3]. В данной работе за основу формирования геометрии профиля были выбраны четырехзначные профили NACA [4].

Формирование массива данных для обучения модели.

Для формирования обучающего массива данных для суррогатной модели использовалась программа аэродинамического анализа XFOIL, уравнения которой базируются на панельном методе аэродинамики [5]. В качестве входных параметров использовались:

1. Число Маха - безразмерная величина, используемая для описания скорости объекта относительно скорости звука в среде, через которую он движется.
2. Относительная вогнутость профиля – отношение максимальной вогнутости профиля к его хорде, выраженное в процентах.
3. Положение максимальной вогнутости профиля – координата, где профиль имеет максимальную вогнутость.
4. Относительная толщина профиля – отношение максимальной толщины профиля к его хорде, выраженное в процентах.
5. Угол атаки - угол между направлением вектора скорости набегающего на тело потока (жидкости или газа) и характерным продольным направлением, выбранным на теле (хорда профиля).
6. В качестве выходных параметров рассчитывались:
7. Коэффициент лобового сопротивления (C_x) - безразмерная величина, используемая в аэродинамике для описания силы сопротивления, действующей на объект,двигающийся в потоке жидкости или газа
8. Коэффициент подъемной силы (C_y) - безразмерная величина, используемая в аэродинамике для описания подъемной силы, генерируемой аэродинамическим профилем.

В таблице 1 приводятся значения входных параметров задачи для формирования обучающего массива данных

Таблица 1 – Входные параметры задачи для формирования массива данных для обучения модели

Число Маха (M)	[0.1, 0.225, 0.35, 0.475, 0.6]
Относительная вогнутость профиля (Max_c)	[10%, 50%, 90%]
Положение максимальной вогнутости профиля (Max_{c_p})	[20%, 50%, 80%]
Относительная толщина профиля (Th)	[10%, 14%, 18%]
Угол атаки (α)	[0, 3, 6, 9, 12]

В результате перебора возможных сочетаний входных параметров и расчетов в XFOIL был сформирован обучающий массив из 675 расчетных точек с двумя выходными параметрами. На основе данного массива были построены две аппроксимационные модели основанные на методе интерполяции кригинга [6] и нейросетевой регрессионной модели.

Кригинг-регрессия

Метод кригинга — это метод интерполяции, используемый для оценки значения переменной в местах, где измерения отсутствуют или ограничены [11,12]. Метод часто применяется в географических информационных системах и горнодобывающей промышленности для моделирования и предсказания пространственно распределенных данных [13,14]. Принцип кригинга заключается в том, что он учитывает корреляцию между близкими точками данных и использует эту информацию для прогнозирования неизвестных значений. Этот метод предполагает, что близкие точки данных имеют большее влияние на оценку, чем более удаленные точки, и учитывает степень корреляции между ними.

На основе сформированного массива данных была построена интерполяционная модель методом кригинга, для которой величина коэффициента детерминации (R^2) была близка к единице, а среднеквадратичная ошибка (RMSE) составила $3.1307E-08$. На основе полученной модели можно провести множество исследований по влиянию параметров профиля и набегающего потока на величины C_x и C_y , однако мы рассмотрим наиболее интересные зависимости параметров с точки зрения характеристик аэродинамики профиля.

На рисунке 4 представлен график зависимости угла атаки от коэффициента сопротивления - C_x при разных значениях максимальной вогнутости профиля (Max_c_p). При этом величина числа Маха равнялась 0.35, относительная вогнутость профиля (Max_c) = 40%. Анализируя график можно заключить, что на малых углах атаки преобладает сильно нелинейная связь между исследуемыми параметрами, но при этом, разброс по величине C_x не столь значителен как на больших углах атаки, где наблюдается практически линейная связь параметров и сильная зависимость коэффициента C_x как от величины угла атаки, так и от относительной вогнутости профиля (Max_c).

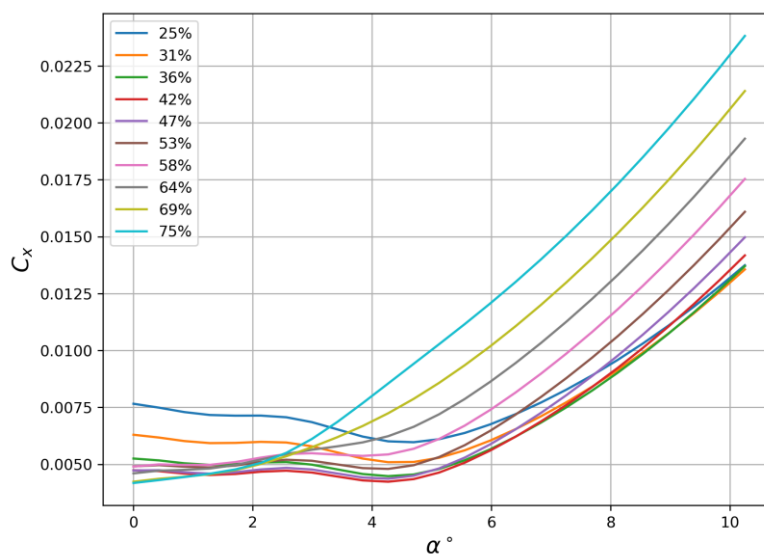


Рисунок 4 - Зависимость угла атаки от коэффициента сопротивления силы при разных значениях положения максимальной вогнутости профиля

Построим график, где в качестве величины отклика используется коэффициент подъемной силы C_y . Здесь наблюдается противоположная картина – разброс по коэффициенту C_x преобладает на малых углах атаки, в то время как на больших углах атаки присутствует нелинейность исследуемых параметров и малый разброс C_x .

Зафиксируем положение максимальной вогнутости профиля (Max_c_p), построим на графике те же величины, но при разных значениях относительной вогнутости профиля (Max_c). Наблюдаемые зависимости близки к случаю, изображенному на рисунке 4, но разброс по C_x в данном случае значительно меньше. На больших углах атаки зависимость всё также линейна и проявляет сильную зависимость исследуемых величин.

Построим аналогичный график, для коэффициента C_y . Разброс значений по C_y немного сужается при больших углах атаки, но в целом наблюдается линейная зависимость относительной вогнутости профиля (Max_c) во всем исследованном диапазоне углов атаки.

С использованием интерполяционной модели кригинга был сформирован массив из 135000 данных, в котором содержатся геометрические характеристики профиля, характеристики набегающего потока и вычисленные значения, C_x и C_y . На основе данного массива можно значительно сузить этап поиска наиболее подходящего аэродинамического профиля под заданные условия полета.

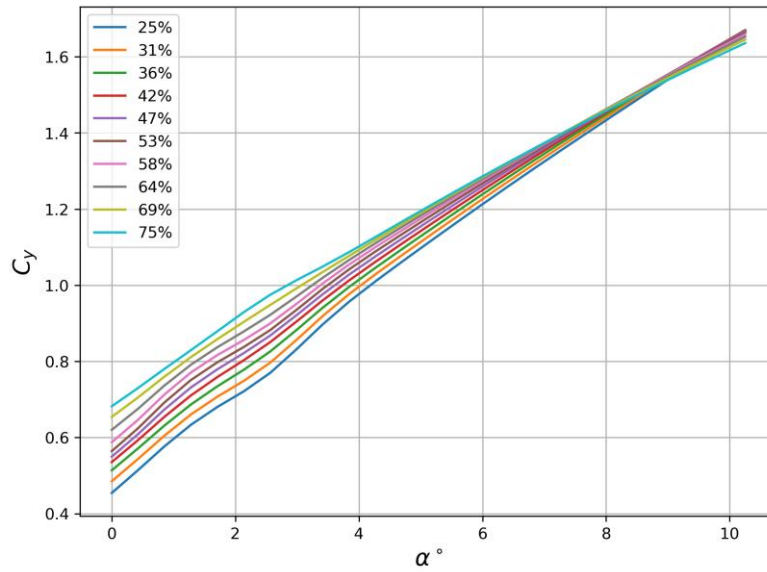


Рисунок 5 - Зависимость угла атаки от коэффициента подъемной силы при разных значениях положение максимальной вогнутости профиля

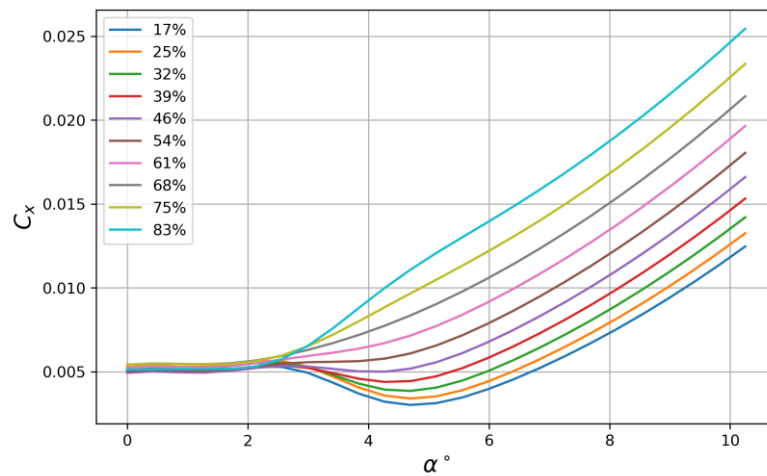


Рисунок 6 - Зависимость угла атаки от коэффициента сопротивления при разных значениях относительной вогнутости профиля

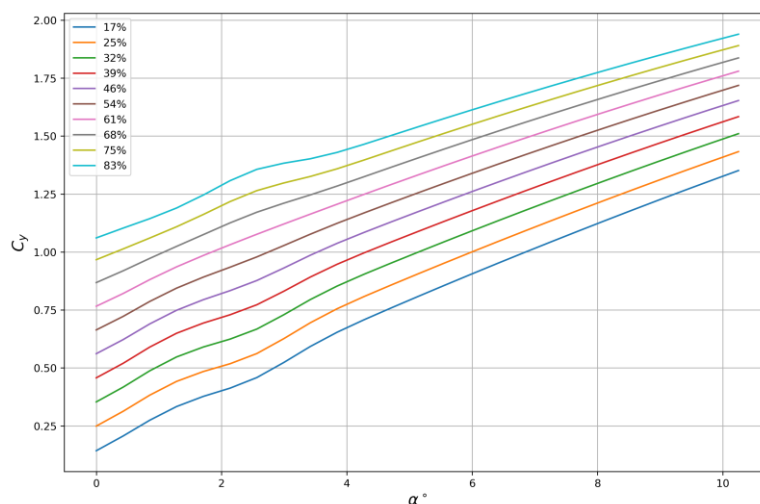


Рисунок 7 - Зависимость угла атаки от коэффициента подъемной силы при разных значениях относительной вогнутости профиля

Рассмотрим пример:

пусть коэффициент подъемной силы составляет $C_y = 0.5 \pm 0.01$, относительная толщина профиля(thickness) составляет не меньше 15%, получим следующую таблицу:

Таблица 2 – Данные суррогатной модели

Mach	NACA_number	max_camber	max_camber_position	thickness	alpha	Cy	Cx
0.1	2716	20%	70%	16%	1.5	0.5008	0.00561
0.186	3619	30%	60%	19%	0.5	0.5001	0.00561
0.143	1215	10%	20%	15%	3.5	0.5001	0.00568
0.229	2818	20%	80%	18%	1	0.5008	0.00568
0.143	1216	10%	20%	16%	3.5	0.5009	0.00585
0.229	4417	40%	40%	17%	0	0.5005	0.00601
0.143	1218	10%	20%	18%	3.5	0.5009	0.0062
0.229	3820	30%	80%	20%	0	0.5	0.00622
0.143	1219	10%	20%	19%	3.5	0.5	0.00638
0.4	4315	40%	30%	15%	0	0.5003	0.00638
0.143	1720	10%	70%	20%	3	0.5005	0.00639
0.1	1319	10%	30%	19%	3.5	0.5004	0.00646
0.271	3218	30%	20%	18%	1.5	0.5002	0.00649
0.4	4316	40%	30%	16%	0	0.5006	0.0065
0.186	4320	40%	30%	20%	0.5	0.5006	0.00694

Для каждого из табличных значений числа Маха найден профиль, геометрические характеристики, скорость и угол атаки которого соответствуют заданным значениям C_y и относительной толщины. Отсортировав данную таблицу по коэффициенту C_x можно выбрать вариант геометрии профиля с наименьшим сопротивлением и оценить величины скоростей и угла атаки при которых достигается указанная величина подъемной силы C_y , что значительно ускоряет процесс предварительного проектирования летательного аппарата.

Заключение

Предложен метод построения суррогатной модели на основе интерполяционной модели кригинга. Модель построена на основе исходного обучающего множества мощностью 675 расчетных точек, сформированного с использованием численных методов в аэродинамике. С использованием данной модели можно оперативно анализировать сложные многопараметрические задачи аэродинамики. Показаны нелинейные зависимости основных аэродинамических характеристик связывающие геометрические параметры профиля с условиями набегающего потока. Предложен метод, значительно сужающий область поиска наиболее подходящей конфигурации профиля в зависимости от требуемых условий полета и конструктивных ограничений.

1. С. В. Пейгин, Н. А. Пушин, А. Л. Болсуновский, С. В. Тимченко, Оптимальное аэродинамическое проектирование крыла широкофюзеляжного дальнемагистрального самолета, Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех., 2018, № 51, 117–129
2. Соколов, А. В. Особенности проектирования летательного аппарата и его частей с использованием систем автоматизированного проектирования / А. В. Соколов, А. А. Горбунов // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: Материалы Всероссийской научно-методической конференции, Оренбург, 03–05 февраля 2016 года. – Оренбург: Оренбургский государственный университет, 2016. – С. 242-244
3. Khurana, Manujit & Winarto, Hadi & Sinha, Arvind. Airfoil Geometry Parameterization Through Shape Optimizer and Computational Fluid Dynamics, 2008.
4. NACA2412 airfoil based method for design and aerodynamic analysis of small HAWT using modified BEM approach Devashish Jha, Saket Saurabh Sci. Tech. Energ. Transition, 2023
5. Drela Mark, XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils, Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics, University of Notre Dame, 1989
6. Ryu, JS., Kim, MS., Cha, KJ. et al. Kriging interpolation methods in geostatistics and DACE model. KSME International Journal 16, 2002. – pp. 619–632,
7. Marshall C. Galbraith and Robert Haimes. "A Parametric G1-continuous Rounded Wing Tip Treatment for Preliminary Aircraft Design," AIAA 2022-1734. AIAA SCITECH 2022 Forum, 2022.
8. Костогрызов, А.И. Подходы к прогностической обработке данных в системах искусственного интеллекта. Часть 2. Достижение практических эффектов / А. И. Костогрызов, А.А. Нистратов// ИТ-Стандарт, 2022, №1, 3-15
9. Krishnamurthy, V., Handojo, V. Structural design process and subsequent flight mechanical evaluation in preliminary aircraft design: demonstrated on passenger ride comfort assessment. CEAS Aeronaut, 2021, - pp. 457–469,
10. Stephan, Ralph & Heyen, Cedric & Stumpf, Eike & Ruhland, Johannes & Breitsamter, Christian. Neural-Network-Based Model for Trailing-Edge Flap Loads in Preliminary Aircraft Design. Journal of Aircraft, 2024
11. Lv, Pengjie & Pan, Shenghu. Research on NURBS Curve Interpolation Algorithm Based on Mline-Gear. International Journal of Computer Science and Information Technology, 2024. - pp 84-94
12. Cuevas, Erik & Luque Chang, Alberto & Escobar, Héctor. Interpolation and Polynomials, 2023
13. Bajjali, William. Spatial Interpolation, Springer Textbooks in Earth Sciences, Geography and Environment, 2023
14. Lam, Xuan-Binh Compare the Efficiencies of Kriging and RBF Approximation Methods, The International Conference on Sustainable Civil Engineering and Architecture, 2023. -pp. 1297–1305,
15. Supajaidee, Nattakan & Chutsagulprom, Nawinda & Moonchai, Sompop. An Adaptive Moving Window Kriging Based on K-Means Clustering for Spatial Interpolation. Algorithms, Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University, Chiang Mai 50200, Thailand, 2024. – pp. 17-57,
16. Yang, Chongjian & Qin, Yixiao & Yang, Junle. Research on Comparative of Multi-Surrogate Models to Optimize Complex Truss Structures. KSCE Journal of Civil Engineering, 2024
17. Palar, Pramudita & Bimo, Yohanes & Zuhail, Lavi & Morlier, Joseph & Shimoyama, Koji & Obayashi, Shigeru. Multi-objective design space exploration using explainable surrogate models. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2024

References

1. S. V. Pejgin, N. A. Pushchin, A. L. Bolsunovskij, S. V. Timchenko, Optimal'noe aerodinamicheskoe proektirovanie kryla shirokofyuzelyazhnogo dal'nemagistral'nogo samoleta, Vestn. Tomsk. gos. un-ta. Matem. i mekh., 2018, № 51, 117–129
2. Sokolov, A. V. Osobennosti proektirovaniya letatel'nogo apparata i ego chastej s ispol'zovaniem sistem avtomatizirovannogo proektirovaniya / A. V. Sokolov, A. A. Gorbunov // Universitetskij kompleks kak regional'nyj centr obrazovaniya, nauki i kul'tury : Materialy Vserossijskoj nauchno-metodicheskoy konferencii, Orenburg, 03–05 fevralya 2016 goda. – Orenburg: Orenburgskij gosudarstvennyj universitet, 2016. – S. 242-244
3. Khurana, Manujit & Winarto, Hadi & Sinha, Arvind. Airfoil Geometry Parameterization Through Shape Optimizer and Computational Fluid Dynamics, 2008.
4. NACA2412 airfoil based method for design and aerodynamic analysis of small HAWT using modified BEM

approach Devashish Jha, Saket Saurabh Sci. Tech. Energ. Transition, 2023

5. Drela Mark, XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils, Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics, University of Notre Dame, 1989

6. Ryu, JS., Kim, MS., Cha, KJ. et al. Kriging interpolation methods in geostatistics and DACE model. KSME International Journal 16, 2002. – pp. 619–632,

7. Marshall C. Galbraith and Robert Haimes. "A Parametric G1-continuous Rounded Wing Tip Treatment for Preliminary Aircraft Design," AIAA 2022-1734. AIAA SCITECH 2022 Forum, 2022.

8. Kostogryzov, A.I. Podhody k prognosticheskoj obrabotke dannyh v sistemah iskusstvennogo intellekta. CHast' 2. Dostizhenie prakticheskikh efektov. / A. I. Kostogryzov, A.A. Nistratov // IT-Standart, 2022, №1, 3-15

9. Krishnamurthy, V., Handojo, V. Structural design process and subsequent flight mechanical evaluation in preliminary aircraft design: demonstrated on passenger ride comfort assessment. CEAS Aeronaut, 2021, - pp. 457–469,

10. Stephan, Ralph & Heyen, Cedric & Stumpf, Eike & Ruhland, Johannes & Breitsamter, Christian. Neural-Network-Based Model for Trailing-Edge Flap Loads in Preliminary Aircraft Design. Journal of Aircraft, 2024

11. Lv, Pengjie & Pan, Shenghu. Research on NURBS Curve Interpolation Algorithm Based on Mline-Gear. International Journal of Computer Science and Information Technology, 2024. - pp 84-94

12. Cuevas, Erik & Luque Chang, Alberto & Escobar, Héctor. Interpolation and Polynomials, 2023

13. Bajjali, William. Spatial Interpolation, Springer Textbooks in Earth Sciences, Geography and Environment, 2023

14. Lam, Xuan-Binh Compare the Efficiencies of Kriging and RBF Approximation Methods, The International Conference on Sustainable Civil Engineering and Architecture, 2023. -pp. 1297–1305,

15. Supajaidee, Nattakan & Chutsagulprom, Nawinda & Moonchai, Sompop. An Adaptive Moving Window Kriging Based on K-Means Clustering for Spatial Interpolation. Algorithms, Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University, Chiang Mai 50200, Thailand, 2024. – pp. 17-57,

16. Yang, Chongjian & Qin, Yixiao & Yang, Junle. Research on Comparative of Multi-Surrogate Models to Optimize Complex Truss Structures. KSCE Journal of Civil Engineering, 2024

17. Palar, Pramudita & Bimo, Yohanes & Zuhail, Lavi & Morlier, Joseph & Shimoyama, Koji & Obayashi, Shigeru. Multi-objective design space exploration using explainable surrogate models. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2024